

Demonstrationer i flerdimensionell analys, vecka 8

- Bestäm alla punkter (a, b, c) på ytan
 - $x^2 - y = 2z$,
 - $x^3 - 3xy + 2z = 0$,där tangentplanet är parallellt med planet $x + 2y + z = 0$.
- Visa att avbildningen $(u, v) = (x + \sin(x + y), y + \sin(x - y))$ har en kontinuerligt deriverbar invers i en omgivning av $(x, y) = (0, 0)$ och beräkna de partiella derivatorna x'_u , x'_v , y'_u och y'_v i punkten $(u, v) = (0, 0)$.
- Visa att $x^y + \sin y = 1$ definierar y som en deriverbar funktion av x i en omgivning av $(1, 0)$ och beräkna $y'(x)$ (uttryckt i x och y).
- Undersök om funktionen $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ definierad av

$$\begin{cases} u = x^2 + y^2 \\ v = 2xy. \end{cases}$$

ger en omvändbar avbildning av $D = \{(x, y) : x \geq 0, -x \leq y \leq x\}$ på en mängd D' i uv -planet. (Ledning: övergå till polära koordinater och undersök hur lämpligt valda cirkelbågar i D avbildas på D').

- Undersök om det finns singulära punkter på kurvorna
 - $x^5 + y^3 = 0$,
 - $x^y = y^x$.
- Visa att det i en omgivning till punkten $(0, 1, 1)$ finns en funktion $z(x, y)$, med kontinuerliga partiella derivator, som satisfierar ekvationen

$$e^{z-1} + zy + x - 2y^3 = 0.$$

Beräkna för denna funktion z'_x och z'_y (uttryckta i x , y och z).