

Demonstrationer i flerdimensionell analys, vecka 19

1. Bestäm arean av den del av cylindern $x^2 + z^2 = 16$ som ligger innanför cylindern $x^2 + y^2 = 16$. (Ledning: Av symmetriskäl kan man undersöka problemet i första oktanten där $x \geq 0$, $y \geq 0$, $z \geq 0$.)

2. Beräkna ytintegralen

$$\iint_S xy \, dydz + (1 - z) \, dx dy$$

över triangelytan $S = \{(x, y, z) : x + y + z = 1, x \geq 0, y \geq 0, z \geq 0\}$ i första oktanten, då ytnormalerna är riktade utåt från origo.

3. Beräkna arean av den buktiga yta som definieras av

$$x = u \cos v \quad y = u \sin v \quad z = uv,$$

där $0 < u \leq 1$ och $0 \leq v \leq \sqrt{2}$.

4. Beräkna kurvintegralen

$$\int_{\Gamma} (z + x) \, dx + (z + y) \, dy + x \, dz,$$

där Γ är skärningscirkeln mellan enhetssfären och planet $y = x$. Orienteringen av Γ är sådan att x avtar då punkten $(0, 0, 1)$ passeras.

5. Beräkna flödet av fältet $\overline{F} = (P, Q, R) = (-2xy, yz, x + y)$ ut från kroppen K som begränsas av $z = 2$ och konen $z = \sqrt{x^2 + y^2}$. (Ledning: Gauss' sats).