

BAYESIANSK STATISTIK

DEMONSTRATIONSUPPGIFTER TILL DEN 29.3.2012

1. Antag att vi har tre pumpar, 1, 2 och 3, med respektive felintensiteter $\lambda_1 = 0.2$, $\lambda_2 = 0.3$ och $\lambda_3 = 0.4$ (enhet: 1/timme). Vi väljer en pump på måfå och observerar att det uppstod ett fel i den valda pumpen 5 timmar efter startningen. Beräkna sannolikheten att den valda pumpen var nr 1 då tiden till ett fel på pumpen i , $i = 1, 2, 3$, antas vara $\text{Exp}(\lambda_i)$ -fördelad.

2. Låt den s.v. X vara $\text{Bin}(5, \theta)$ -fördelad där θ är ett utfall av en s.v. Θ som har diskret a-priori-fördelning på värdena 0.2 och 0.5. Låt $P\{\Theta = 0.2\} = 0.4$ och $P\{\Theta = 0.5\} = 0.6$. Bestäm a-posteriori-fördelningen för Θ givet $X = 4$.

3. Låt den s.v. X vara $\text{Bin}(n, \theta)$ -fördelad givet $\Theta = \theta$, $0 \leq \theta \leq 1$, där Θ har en a-priori-fördelningen med täthet

$$f_{\Theta}(\theta) = \begin{cases} 1, & \text{då } 0 \leq \theta \leq 1 \\ 0 & \text{annars} \end{cases}, \text{ dvs. } \Theta \text{ har den likformiga fördelningen på}$$

$[0, 1]$. Antag att vi har en observation x från X . Bestäm a-posteriori-fördelningen för Θ givet $X = x$. Vad heter fördelningen?

4. Låt observationer 0, 1 och 3 vara utfall av oberoende Poisson (θ)-fördelade s.v. X_1 , X_2 och X_3 där θ är ett utfall av en s.v. Θ med a-priori-fördelningen $\text{Exp}(2)$. Bestäm a-posteriori-fördelningen för Θ givet $X_1 = 0$, $X_2 = 1$ och $X_3 = 3$. Vad heter fördelningen?

5. Antag att X är $\text{Bin}(n, \theta)$ -fördelad, där θ är ett utfall av s.v. Θ som har a-priori-fördelningen $\text{Beta}(r, s)$. Låt x vara en observation från X . Bevisa att a-posteriori-fördelningen för Θ givet $X = x$ är $\text{Beta}(x+r, n-x+s)$.