

BAYESIANSK STATISTIK

DEMONSTRATIONSUPPGIFTER TILL DEN 22.3.2012

1. (a) Låt $X \sim N(0,1)$. Bestäm täthetsfunktionen för X^2 . Vad heter den motsvarande fördelningen?

Ledning: Bestäm först fördelningsfunktionen.

(b) Låt X_1, X_2, \dots, X_n vara oberoende, $X_i \sim N(0,1)$, $i = 1, 2, \dots, n$. Bestäm fördelningen för $\sum_{i=1}^n X_i^2$

2. Den diskreta s.v. X har sannolikhetsfunktionen

$$p(k) = \{X = k\} = \theta(1-\theta)^{k-1}, \quad k = 1, 2, 3, \dots,$$

där parametern $\theta \in (0,1)$ (geometrisk fördelning $\text{Geom}(\theta)$). Man har ett slumpmässigt stickprov 4, 5, 4, 6, 4, 1 från denna fördelning.

(a) Skriv upp likelihood-funktionen $L(\theta)$.

(b) Ange för vilket θ som $L(\theta)$ är störst. Vad är alltså ML-skattningen av θ ?

3. Låt y_1, y_2, \dots, y_n vara ett slumpmässigt stickprov från normalfördelningen med obekanta parametrar μ och σ^2 . Bestäm ML-skattningen av μ och σ^2 .

4. Tiderna mellan fel hos en komplicerad teknisk utrustning anses vara oberoende och $\text{Exp}(\lambda)$ -fördelade, λ är en okänd parameter. Man har registrerat tider mellan fel: x_1, \dots, x_n . Bestäm ML-skattningen av λ .

5. Betrakta ML-skattningen i uppgift 4 som en stokastisk variabel Λ^* (som är beroende av exponentialfördelade stokastiska variabler X_1, \dots, X_n). Undersök om skattningen är väntevärdesriktig (en skattning säges vara väntevärdesriktig om $E(\Lambda^*) = \lambda$, där λ är det riktiga parametervärdet).