

Approximationsteori. Hemuppgifter 1

1. Undersök om $(\mathbb{R}, d)$ är ett metriskt rum då
 - a) $d(x, y) = \log(1 + |x - y|)$,
 - b) $d(x, y) = |x - y|^2$.
2. Visa att en sluten delmängd M av en kompakt mängd C i ett metriskt rum är kompakt.
3. Antag att (B, d) är ett metriskt rum. Visa att för varje fixt $a \in B$ är $h(x) = d(x, a)$ en kontinuerlig funktion från B till $\mathbb{R}$.
4. Låt $\|f\|_1$ och $\|f\|_2$ vara L_1 respektive L_2 normerna i $C[0, 1]$. Konstruera ett exempel som visar att kvoten $\|f\|_2/\|f\|_1$ kan vara godtyckligt stor. (Powell övning 1.6)