

## Approximationsteori. Hemarbete B

Välj ett av nedanstående fem förslag till hemarbete B.

1. Betrakta problemet att med avseende på  $L_\infty$ -normen approximera en kontinuerlig funktion  $f(x)$  på intervallet  $[a, b]$  med en rationell funktion

$$r_{mn}(x) = \frac{p_m(x)}{q_n(x)} ,$$

där  $p_m$  och  $q_n$  är polynom av gradtal  $m$  respektive  $n$ , och  $q_n$  saknar nollställen i intervallet  $[a, b]$ . Diskretisera intervallet och ge problemet en LP-formulering. Se kapitel 10, sidorna 118 - 120 i Powell's bok. Implementera algoritmen och testkör med några funktioner. Jämför resultatet med polynomiell approximation (Hemarbete A).

2. Utveckla en utbytesalgoritm för  $L_\infty$  approximering av  $2\pi$ -periodiska kontinuerliga funktioner med trigonometriska polynom på intervallet  $[0, 2\pi)$ . Implementera och testa algoritmen och jämför i några exempel  $L_\infty$  felets storlek med  $L_\infty$  felet hos motsvarande partialsumma av Fourier serien för funktionen.
3. Betrakta problemet att utjämna mätdata med mätfel genom att anpassa en naturlig kubisk ri-funktion till datat med algoritmen som beskrevs i avsnitt 12.6 i föreläsningsanteckningarna. Implementera algoritmen. Konstruera mätdata genom att välja en funktion  $f(x)$  och bilda mätvärden

$$y_i = f(\xi_i) + \omega(\xi_i), \quad i = 1, \dots, n,$$

där  $\omega(\xi_i)$  är mätfel dragna ur någon fördelning. Gör ett försök att rekonstruera  $f(x)$  med algoritmen.

4. Låt  $f(x)$  och  $F(x)$  vara den standardiserade normalfördelningens frekvens- respektive fördelningsfunktion.

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}} \quad \text{och} \quad F(x) = \int_{-\infty}^x f(t) dt .$$

Approximera  $f(x)$  i intervallet  $[-4, 4]$  med kvadratiska och kubiska ri-funktioner  $s(x)$  med hjälp av Schoenberg's process. Undersök storleken

i felet

$$\max_{-4 \leq x \leq 4} |F(x) - \int_{-\infty}^x s(t) dt|$$

för olika val av knutpunkter.

5. Implementera en algoritm för design av plana kurvor med hjälp av sammansatta Bézierkurvor. Man skall kunna läsa in kontrollpunkterna och få resultatet grafiskt på skärmen. Det skall vara möjligt att modifiera, dvs stryka, lägga till, flytta eller sätta in multipla kontrollpunkter. Testa programmet på design av en g-klav, samt på några egna exempel. Undersök även möjligheten att läsa in och modifiera kontrollpunkterna med hjälp av en mus.