

Approximationsteori. Hemarbete A

Hemarbete A är gemensamt för alla och går ut på att implementera en numeriskt välarbetande utbytesalgoritm i det kontinuerliga fallet. Implementeringen kan göras i valbart programmeringsspråk, men Matlab rekommenderas. Implementeringen bör göras så att man kan få grafisk illustration av felfunktionen i varje iterationssteg. Testa din algoritm på problemet att bestämma en polynomiell approximation av så lågt gradtal som möjligt som approximerar funktionerna i punkt a) - d) med 6 korrekta decimaler, dvs med ett L_∞ fel som är högst $0.5 \cdot 10^{-6}$. Illustrera i ett av fallen felfunktionens förlopp i alla iterationssteg.

- a) $f(x) = \sin x$ på intervallet $[0, \frac{\pi}{2}]$,
- b) $f(x) = \cos x$ på intervallet $[0, \frac{\pi}{2}]$,
- c) $f(x) = e^x$ på intervallet $[0, 1]$,
- d) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{x^2}{2}}$ på intervallet $[0, 4]$.

Ge en övre gräns för felet om man använder approximationen $p^*(x)$ erhållen i punkt d) för att approximera den standardiserade normalfördelningen

$$F(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^x e^{-\frac{t^2}{2}} dt ,$$

för $x \in [-4, 4]$.

Dokumentera arbetet i en rapport som lämnas in för granskning.