

Demonstrationsuppgifter i Analytiska funktioner till den 23.11.2006

1. Bestäm följande funktioners residy i deras singulära punkter

$$a) \quad \frac{z}{(z-1)(z-2)^2} \quad b) \quad \frac{1}{z^2 \sin z}.$$

2. Beräkna integralen

$$\int_{|z|=2} \frac{12z+18}{z^2(z^2-4iz-3)} dz.$$

3. Beräkna integralen

$$\int_{\gamma} \frac{1}{(z^2+1)^4} dz$$

då γ betecknar den positivt orienterade rektangeln med hörnen $2, 2+2i, -2+2i, -2$.

4. Beräkna integralen

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{x \sin x}{1+x^4} dx.$$

5. Beräkna integralen

$$\int_{\gamma} \frac{z^3}{z^4-a^4} dz,$$

för olika reella värden på $a > 0$ ($a \neq 2$), då γ avser cirkeln $|z-1|=1$.

6. Beräkna integralen

$$\int_0^{2\pi} \frac{d\theta}{2+\cos^2 \theta}.$$

7. Beräkna integralen

$$\int_0^{\infty} \frac{\sin^2 x}{x^2} dx.$$

(Ledning: $2 \sin^2 x = 1 - \cos 2x = \operatorname{Re}(1 - e^{2ix})$).