

Analys I

Räkneövning 3, 29.9.2014

1. En talföljd är given av

$$x_{n+1} = \frac{1}{2}(x_n + c),$$

där $c > 0$ och $0 < x_1 < c$. Visa att talföljden har ett gränsvärde.

2. Antag att f och g är kontinuerliga funktioner på $\mathbb{R}$ och $a, b \in \mathbb{R}$.

- (a) Visa att

$$\max(a, b) = \frac{a + b + |a - b|}{2} \text{ och } \min(a, b) = \frac{a + b - |a - b|}{2}$$

(Ledning: Betrakta skilt fallen $a \geq b$ och $a < b$.)

- (b) Visa att funktionerna

$$\max\{f(x), g(x)\} \text{ och } \min\{f(x), g(x)\}$$

är kontinuerliga i $\mathbb{R}$.

3. Visa med gränsvärdets definition att

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \sqrt{n(n+2)} - n = 1.$$

4. Betrakta talföljden

$$x_{n+1} = 4x_n(1 - x_n),$$

där startvärdet $0 \leq x_1 \leq 1$ är godtyckligt. Visa att talföljden är begränsad men icke-monoton.