

Frivilliga repetitionsuppgifter, genomgås torsdagen den 7 mars

Obs! Ingen föreläsning tisdagen den 5 och onsdagen den 6 mars. Om du vill fråga något är jag på plats onsdag morgon åtminstone till kl. 11.

Tentamen i kursen hålls fredagen den **15 mars** kl. 9 - 13 i Vektorrummet ASA B311.

1. Låt G vara en graf. Grafens *diameter*, $\text{diam}(G)$, definieras som det största avståndet mellan två noder A och B i grafen. Avståndet mellan A och B är som känt längden av den kortaste vägen från A till B . (Alla bågar i grafen antas ha längden 1.)

a) Bestäm diametern av en fullständig graf.

b) Om T är ett träd med n noder, vilket är det minsta/största värdet $\text{diam}(T)$ kan anta?

c) Låt G vara Hassediagrammet för en Boolesk algebra med 32 element. Visa att $\text{diam}(G) \leq 5$.

2. Vi önskar besöka alla regioner på det franska fastlandet (se bifogad karta) så att vi rör oss från en region till någon av grannregionerna. Är det möjligt att hitta en Hamiltoncykel med start i Paris (Ile de France)? Om inte, kan vi klara det om vi får göra ett undantag? Två?

3. Visa: I varje lattice gäller

$$a \leq c \implies a \vee (b \wedge c) \leq (a \vee b) \wedge c.$$

4. Vi betraktar igen Frankrikekartan och vi definierar regionerna som noder i en graf G . Mellan två noder går en båge av längden 1 om och endast om regionerna i fråga är grannar. Bestäm ett uppspännande träd för G . (Alla uppspännande träd har samma totala vikt. Varför?)

5. Betrakta reella talen $\mathbf{R}$ med den vanliga ordningsrelationen $\leq$. Förse planet $\mathbf{R}^2 = \mathbf{R} \times \mathbf{R}$ med produktordningen. Låt C vara enhetscirkeln i planet. Bestäm $\sup(C)$ och $\inf(C)$.

Om vi förser C med den lexikografiska ordningen, vilket element är störst? Vilket är minst? Finns det ett nästminsta element?

6. Betrakta mängderna A och B i uppgift 2/28.2. Hur många element har $A \cap B$. Beskriv denna mängd. Är den ett lattice?

7. Låt A och B vara två lattice. Antag vidare att båda är ändliga mängder. Bilda $A \times B$ (med produktordningen). Visa att $A \times B$ är ett begränsat lattice.

Om A och B är mängderna i uppgift 6, identifiera de minimala elementen i $A \times B \setminus \{(1, 1)\}$.