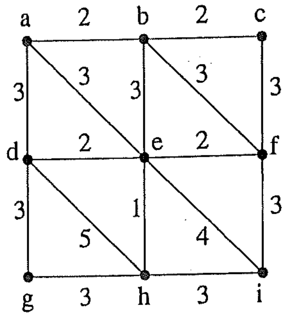
Grafteori och partiell ordning, period 3, vt. 2013

Hemuppgifter till torsdagen den 31 januari

1. Bestäm för nedanstående graf ett minimalt uppspännande träd. Bestäm också ett uppspännande träd som är minimalt med tilläggskravet att det ska innehålla bågen *ad*



2. Åbo Akademis studiebyrå anordnar informationsmöten i gymnasierna i Borgå (B), Ekenäs (E), Helsingfors (H), Karleby (G), Kristinestad (K), Tammerfors (T), Vasa (V) och Åbo (Å). Man önskar besöka orterna i sådan ordning att den totala tillryggalagda sträckan (med bil) blir så kort som möjligt. Avstånden i km ges av tabellen nedan. (I vissa fall går ingen direkt väg mellan de två orterna, i så fall anlitas den kortaste vägen via någon annan stad. T. ex. blir avståndet mellan B och G då 515 km.) Start- och slutpunkt är Å.

	B	E	G	H	K	T	V	Å
B	0			51		199		213
E		0	537	95		220	419	116
G		537	0	499		316	120	436
H	51	95	499	0		180	424	168
K					0	179	101	236
T	199	220	316	180	179	0	240	164
V		419	120	424	101	240	0	330
Å	213	116	436	168	236	164	330	0

a) Bestäm med Kruskals algoritm ett möjligast kort vägnät som förenar dessa städer med varandra.

b) Bestäm även en undre gräns för totala sträckan genom att avlägsna en valbar stad ur vägnätet (se kompendiet).

c) Bestäm en övre gräns fär problemet med hjälp av metoden med närmaste granne och metoden med sorterade bågar (se kompendiet).

d) I vilken ordning skulle du rekommendera Åbo Akademis studiebyrå att besöka städerna?

3. Bestäm med Dijkstras algoritm den kortaste vägen från nod g till nod c i den viktade graf som erhålls då vi i grafen i uppgift 1 byter de vertikala bågarna mot uppåt pekande pilar, de horisontala bågarna mot pilar pekande mot höger och de diagonala bågar mot pilar som pekar diagonalt uppåt mot vänster. Vikterna på pilarna ges av vikterna i uppgift 1.

4. Vi önskar borra hål i en 2×2 meters platta som placeras i ett koordinatsystem med nedre vänstra hörnet i origo. Hålen ska borras i punkterna (0,0), (0,2), (1,1), (2,0) och (2,2). I vilken ordning ska hålen borras för att borren ska behöva röra sig så kort totalsträcka som möjligt? (Borren rör sig "fågelvägen"; avståndet mellan origo och (1,1) är ju $\sqrt{2}$.) Start- och slutpunkten kan vara olika.

5. Som uppgift 4 men med ett hål till i (0,4).

Ändrar lösningen om det krävs att borren till slut återförs till startpunkten?