

Hemuppgifter till torsdagen den 28 februari

Obs! Ingen föreläsning tisdagen den 26 februari.

Tentamen i kursen hålls fredagen den **15 mars** kl. 9 - 13 i Vektorrummet ASA B311.

1. (3 p.) Förenkla uttrycken för f , g och h i uppgift 1/21.2.

2. Låt A vara latticet $\{n \in \mathbf{Z}_+ : n|1470\}$ och B latticet $\{n \in \mathbf{Z}_+ : n|1540\}$. Undersök om A och B är isomorfa. Är de Booleska algebror?

3. En graf som kan ritas i planet utan att bågarna korsar varandra kallas en plan graf; en graf som är isomorf med en plan graf kallas ibland planär graf. Leonhard Euler visade formeln $E - K + F = 2$ för sammanhängande plana grafer. E (Ecken) är antalet noder, K (Kanten) är antalet kanter och F (Flächen) är antalet inneslutna ytor inklusive den oändliga ytan som omsluter hela grafen. Rita upp några ganska stora plana grafer och verifiera att formeln gäller. - Formeln härleddes ursprungligen för konvexa kroppar av Descartes (1596-1650). Eulers resultat är från 1752.

4. I en Boolesk algebra L har vi element a och b som uppfyller

$$a \vee b' = I.$$

Visa att a är majorant till b .

5. Låt L vara Hassediagrammet för $\{n \in \mathbf{Z}_+ : n|30\}$. Betrakta L som en viktad graf där vikten på bågen mellan n och n' , $n|n'$, är heltalet $\frac{n'}{n}$. Konstruera det minimala uppspännande trädet T . Är T en planär graf?

6. Låt a vara ett positivt heltal. Definiera följande relation på $\mathbf{Z}_+$:

$$a \leq b \Leftrightarrow \exists r \in \mathbf{Z}_+ : b = a^r.$$

(a) Visa att $\leq$ är en partiell ordning på $\mathbf{Z}_+$.

(b) När har en tvåelementig mängd supremum och infimum?

7. Lös handelsresandeproblemet för den viktade grafen L i uppgift 5.