Grafteori och partiell ordning, period 3, vt. 2013

Hemuppgifter till torsdagen den 21 februari

Tentamen i kursen hålls fredagen den **15 mars** kl. 9 - 13 i Vektorrummet ASA B311.

1. Betrakta nedanstående sanningsvärdestabell för kopplingsfunktionerna f, g och h i F_4. Skriv funktionerna i

(a) disjunktiv och

(b) konjunktiv normalform.

x_1	x_2	x_3	x_4	f	g	h		x_1	x_2	x_3	x_4	f	g	h
0	0	0	0	0	0	0		1	0	0	0	0	1	0
0	0	0	1	0	0	1		1	0	0	1	0	1	1
0	0	1	0	0	1	0		1	0	1	0	1	0	0
0	0	1	1	0	1	1		1	0	1	1	1	0	1
0	1	0	0	0	0	1		1	1	0	0	0	1	1
0	1	0	1	0	1	0		1	1	0	1	1	0	0
0	1	1	0	0	1	1		1	1	1	0	1	0	1
0	1	1	1	1	0	0		1	1	1	1	1	1	0

2. Om de två första koordinaterna x_1, x_2 i uppgift 1 representerar talet a i binär form och de två senare talet b i binär form, vad representerar f, g, h? (a och b är antingen 0, 1, 2 eller 3; i binär form 00, 01, 10 eller 11.)

3. Visa att i ett distributivt lattice gäller följande annulleringslag

$$a \wedge b = a \wedge c \text{ och } a \vee b = a \vee c \Longrightarrow b = c.$$

4. Visa att följande "svaga" distributiva lagar gäller för ett godtyckligt lattice:

$$a \wedge (b \vee c) \geq (a \wedge b) \vee (a \wedge c) \text{ och } a \vee (b \wedge c) \leq (a \vee b) \wedge (a \vee c).$$

5. Varje heltal kan på ett entydigt sätt (så när som eventuellt på ordningsföljden) skrivas som en produkt av primtalsfaktorer. Använd detta för att

(a) beskriva sgf(a, b) där a och b är två positiva heltal, sgf = största gemensamma faktorn,

(b) beskriva mgm(a, b) där a och b är två positiva heltal, mgm = minsta gemensamma multipeln,

(c) härleda distributionslagen

mgm$(a$, sgf$(b, c))$ = sgf(mgm(a, b),mgm(a, c))

eller med latticebeteckningar: $a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c)$.

6. Hur många delare har 910? 2013?