Hemuppgifter till torsdagen den 14 februari

Obs! Ingen föreläsning tisdagen den 12 februari.

1. Visa att om distributionslagen
$$a \wedge (b \vee c) = (a \wedge b) \vee (a \wedge c)$$
gäller i ett lattice, så gäller även den duala lagen
$$a \vee (b \wedge c) = (a \vee b) \wedge (a \vee c).$$
Motivera noggrant. (Ledning: Använd Sats 41.)

2. Låt X vara en mängd och $a \in X$. Sätt $A = \{B \subseteq X \mid a \in B\}$. Visa att $(A, \subseteq)$ är ett lattice. Bestäm dess största och minsta element.

3. Om X i uppgift 2 har n element, hur många element har A?

4. Låt B_1 och B_2 vara två ändliga Booleska algebror. Visa att de existerar en Boolesk isomorfi mellan dem om och endast om de har samma antal element.

5. Betrakta $B_1 = \{a \in \mathbf{Z}_+ : a|105\}$ och $B_2 = \{a \in \mathbf{Z}_+ : a|66\}$. Är B_1 och B_2 isomorfa? Hur är det med $B_3 = \{a \in \mathbf{Z}_+ : a|99$.

6. För vilka m är $B = \{a \in \mathbf{Z}_+ : a|m\}$ en Boolesk algebra? Formulera en allmän regel.

7. Skriv det Booleska polynomet
$$(x \wedge (y' \vee z)) \vee z'$$
i både disjunktiv och konjunktiv normalform.