Kapitel 8. Relationer och funktioner

1. Har funktionen $f : \mathbf{R} \to \mathbf{R}$ definierad av $f(x) = x$ om $x \in \mathbf{Q}$ och $f(x) = -x$ om $x \in \mathbf{R} \setminus \mathbf{Q}$ invers? Ange i så fall denna.
2. Visa att $(x, y) \to (x', y')$, där $x' = 2x + y + 1$ och $y' = x - y - 2$ ger en omvändbar avbildning från hela $\mathbf{R}^2$ till hela $\mathbf{R}^2$ och ange inversen.
3. Visa att om f och g är bijektiva från A till B respektive från B till C så är $g \circ f$ bijektiv från A till C.
4. Ange mängden B sådan att funktionen f definierad genom $f(x) = \frac{x-1}{2x+1}$ blir bijektiv från $]1{,}2]$ till B. Ange också inversen.
5. Välj $A = \{1, 2, 3\}$ och definiera f genom $f(1) = 2$, $f(2) = 1$, $f(3) = 3$. Visa att f är bijektiv från A till A. Ange inversen. Finns det fler bijektiva funktioner från A till A? Vilka?
6. På föreläsning: Spegelprincipen vid inversbildning.
7. På föreläsning: Formler för bilder och inversa bilder av mängder.
8. Bestäm alla funktioner av formen $f(x) = ax + b$, $x \in \mathbf{R}$ som utgör sin egen invers.
9. Funktionen f är given genom $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$, $D_f = \{x \in \mathbf{R} |\ x \geq 0\}$. Bestäm $f \circ f$ med angivande av definitionsmängd och värdemängd.
10. På $\mathbf{R}$ definieras en relation S enligt $\forall x, y \in \mathbf{R} : xSy \Leftrightarrow |x| + |y - 1| = x$. skådliggör grafiskt mängden $\{(x, y) |\ xSy\}$. Är S en funktion?
11. På föreläsning: Moduloräkning.
12. På $\mathbf{N} \times \mathbf{N}$ definieras en relation E genom $\forall (a, b), (c, d) \in \mathbf{N} \times \mathbf{N} : (a, b)E(c, d) \Leftrightarrow a + d = b + c$. Visa att E är en ekvivalensrelation. Rita figur.
13. Uppg 4 från tenten 26.11.99.
14. Uppg 4, 5 från 17.11.00.
15. Uppg 4 från 13.11.98.
16. Uppg 2, 6 från 11.04.97.
17. Uppg 5 från 14.11.97.