Kapitel 4. Rekursion och induktion

1. Visa att $\forall n \in \mathbf{Z}_+ :$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 + 2 \cdot 3 \cdot 4 + \ldots + n(n+1)(n+2) = n(n+1)(n+2)(n+3)/4.$$

2. Visa att $\forall n \in \mathbf{Z}_+ :$

$$1 \cdot 2^{-1} + 2 \cdot 2^{-2} + 3 \cdot 2^{-3} + \ldots + n \cdot 2^{-n} = 2 - (n+2)2^{-n}.$$

3. Visa att $\forall n \in \mathbf{Z}_+, n \geq 3 :$

$$1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (n-1) < (\frac{n}{2})^{n-1}.$$

4. Visa att $\forall n \in \mathbf{Z}_+ :$

$$(1 + \frac{1}{1})(1 + \frac{1}{2})^2 (1 + \frac{1}{3})^3 \ldots (1 + \frac{1}{n})^n = \frac{(n+1)^n}{n!}.$$

5. Talföljden $(a_n)_{n=1}^{\infty}$ är given genom rekursionsformeln

$$\forall n \in \mathbf{Z}_+ : \; a_{n+1} = (1 + \frac{1}{n+1})a_n.$$

och begynnelsevillkoret $a_1 = 2$. Visa att a_n är ett heltal. Vilket?

6. Visa att $\forall n \in \mathbf{Z}_+ :$

$$\sum_{k=1}^{n} k(n-k) \leq \frac{n^3}{4}.$$

Studera lösningarna till följande problem från tidigare tenter. Källa: Matematiska institutionens hemsida.

7. Uppgift 5 från tenten 17.11.95.
8. Uppgift 4 från 26.01.96.
9. Uppgift 5 från 20.05.96.
10. Uppgift 5 från 11.04.97.
11. Uppgift 6 från 14.11.97.
12. Uppgift 6 från 13.11.98.
13. Uppgift 6 från 12.11.99.
14. Uppgift 6 från 26.11.99.
15. Uppgift 6 från 17.11.00.